Mathematische Grundlagen der Linguistik II

Übungsblatt 7: Kontextfreie Sprachen und Kellerautomaten

1. Gib einen Kellerautomaten an, der die Sprache $\{a^m b^n : m \leq n \leq 2m\}$ akzeptiert!

2. Gib einen Kellerautomaten an, der die Sprache $L(G)$ akzeptiert, wo

   $G = (V, \Sigma, R, S)$,

   $V = \{S, \mathbf{(}, \mathbf{)}, \mathbf{[}, \mathbf{]}\}$, $\quad \Sigma = \{\mathbf{(}, \mathbf{)}, \mathbf{[}, \mathbf{]}\}$,

   $$\begin{aligned} R = \{\ & S \to \varepsilon, \\ & S \to SS, \\ & S \to \mathbf{[}S\mathbf{]}, \\ & S \to \mathbf{(}S\mathbf{)}\ \}. \end{aligned}$$

3. Im Beweis, daß es zu jeder kontextfreien Sprache L einen KA gibt, der L akzeptiert, haben wir folgendes Lemma (Lemma 3.4.2 in L&P) gebraucht:

   Wenn M ein KA ist, und

   $(q_1, w_1, \alpha_1) \vdash^*_M (q_2, \varepsilon, \alpha_2)$ und $(q_2, w_2, \alpha_2\alpha_3) \vdash^*_M (q_3, \varepsilon, \alpha_4)$,

   dann: $\quad (q_1, w_1w_2, \alpha_1\alpha_3) \vdash^*_M (q_3, \varepsilon, \alpha_4)$.

   Beweise dieses Lemma!

4. Zeige, daß die Sprache $\{a^m b^n : m \neq n\}$ kontextfrei ist.

   (Hinweis: Benutze, daß die kontextfreien Sprachen unter Vereinigung und Konkatenation abgeschlossen sind!)